



TITLE:

一様カオスの安定性と
intermittency(カオスとその周辺,研
究会報告)

AUTHOR(S):

藤坂, 博一; 山田, 知司

CITATION:

藤坂, 博一 ...[et al]. 一様カオスの安定性と intermittency(カオスとその
周辺,研究会報告). 物性研究 1985, 44(2): 357-360

ISSUE DATE:

1985-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91566>

RIGHT:

みが起っている。しかし、 $\delta A > 0.003$ では σ^2 は減少し始め、規則性の強くなる事がわかる。安定周期解へ転移する前には $1/f$ スペクトルが見られる。

リャプノフスペクトル $\lambda_i (i=1, \dots, N)^{4)}$ は、引き込みが起っていない時 N 個の同じ値を持つが、引き込み効果の現われた時 ($\delta A \ll 1, D > D_c$)、高次のリャプノフ数が減少する。 δA が大きいほど $\lambda_i > 0$ となる成分の数は減少し、有効次元は小さくなる。

本報告ではカオスへの引き込み現象について数値計算の結果を述べた。クラスター数の変化や、リャプノフスペクトルとの関係など理論的には不明な点が多い。微分方程式系との関連など、将来の研究に残されている。

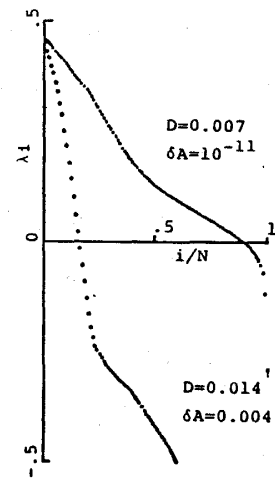


図3. リャプノフスペクトル λ_i ($A = 3.825, N = 100$)

参考文献

- 1) K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. **72** (1984), 480.
Y. Aizawa, Prog. Theor. Phys. **72** (1984), 662.
Y. Kuramoto, To appear in Suppl. Prog. Theor. Phys. No. 79 (1984).
- 2) J. D. Farmer, Physica **4D** (1982), 366.
D. Ruelle, Commun. Math. Phys. **93** (1984), 285.
- 3) Y. Pomeau and P. Manneville, Commun. Math. Phys. **74** (1980), 189.
- 4) I. Shimada and T. Nagashima, Prog. Theor. Phys. **61** (1979), 1605.

一様カオスの安定性と intermittency

鹿大・理 藤 坂 博 一
九工大・工 山 田 知 司

次式で与えられる2次元写像を考える¹⁾

$$x_{n+1} = f(x_n) + \xi \{f(y_n) - f(x_n)\} \quad (1)$$

$$y_{n+1} = f(y_n) + \xi \{f(x_n) - f(y_n)\} \quad (2)$$

ここで $\xi = (1 - e^{-\alpha})/2$, ($\alpha > 0$)。{...}の項は結合項を表わす。非結合系 $x_{n+1}^0 = f(x_n^0)$ はリアプノフ指数 $\lambda (> 0)$ を持つカオスとしよう。系は特解として一様解 ($x_n = y_n = x_n^0$) を持つが、この解は $\alpha > \lambda$ に対して安定であり、 $\alpha < \lambda$ では不安定となり^{1), 2)} α を大きい方から次第に小さくしていくと $\alpha_c (\equiv \lambda)$ で軌道不安定と拡散型結合との競合による転移が存在することになる。

$\alpha < \alpha_c$ での非一様状態の性質を調べる為に数値実験を行った。 f としては logistic parabola $f(x) = ax(1-x)$ を用いた。 a の値としては

$$(A) \ a = 4, \quad (\lambda = \ln 2 = 0.693147 \dots)$$

$$(B) \ a = 3.8, \quad (\lambda = 0.432 \dots)$$

をとり、パラメータ α の値は (A) に対して 0.69, (B) に対して 0.43 とった。

(A) $v_n \equiv (x_n - y_n)/2$ の典型的な時間変化を図1に示す。図からわかるように v_n は二つの典型的なふるまいを示す。一つは

$$r_n \cong e^{\beta n} r_0, \quad (\beta > 0) \quad (3)$$

($r_n \equiv |v_n|$) なる指数関数的に増大する領域。他は r_n が急激に減衰する領域である。理論的には

$$\beta = \alpha_c - \alpha \quad (4)$$

が期待されるが、これは数値的にも確かめられる。 r_n に対する定常確率分布 $P(r)$ の数値結果を図2に示すが、広い領域にわたり、指数関数則

$$P(r) \propto e^{-\kappa r} \quad (5)$$

$\kappa \cong 8 \times 10^2$ が成立しているようである。上述の (3) で特徴づけられる領域と急激な減少の存在は一次元マップの tangent bifurcation に伴う間欠性の特性とよく似ており、一次元マップへの還元の可能性があるかも知れない。

(B) この場合は (A) と異なり r_n は極端に間欠的な様相を示し、バースト領域が不規則に出現している、(図3)。この間欠性は (A) の場合のそれと異なり、むしろ乱流の速度場の high-pass filtering によって見いだされるものと類似している³⁾ 確率分布 $P(r)$ は図4に示すように、きれいなベキ則を示す。

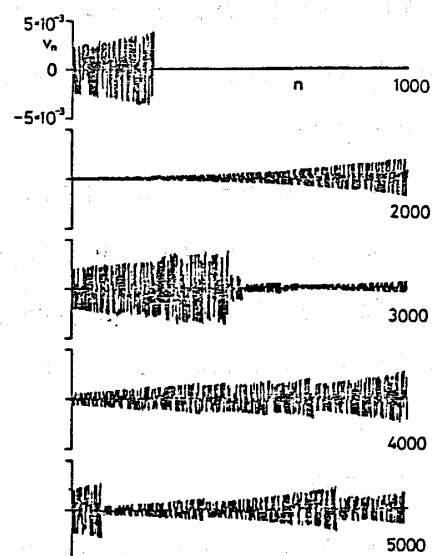


Fig. 1

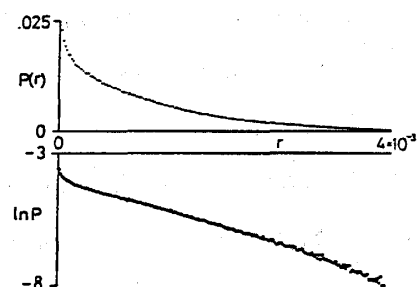


Fig. 2

$$P(r) \propto r^{-1+\eta} \quad (\eta \cong 0.07) \quad (6)$$

このふるまいは前述の指数関数則とは質的に異なる。ベキ則の成立は何らかの自己相似性の存在を示唆する。図3からわかるように、この相似性はバーストの相似性と解釈すると都合がよく、この観点でベキ則(6)を導びくことができる⁴⁾ (ただし、理論的には $\eta = 0$)。この型の間欠性は現在までの力学系では見いだされていなかった新しい型の間欠性である。

ではなぜ系のふるまいは α の値に敏感なのだろうか。 $\alpha = 4$ と 3.8 で何が異なるのか。前述したように $\alpha = \alpha_c$ での転移は一様カオスでの軌道不安定と結合による一様化の競合によって起るものである。一般に局所的軌道不安定度 $\ln|f'(x)|$ は場所 x により異なる為、一様カオスの軌道不安定性を規定するには λ の他に無限個の量が必要となる。ところが $\alpha = 4$ の場合は $\ln|f'(x)|$ は x に依存するにもかかわらず軌道不安定性は λ 一個のみで完全に規定される。これが (A) の場合 r_n の増加は $\beta = \lambda - \alpha$ なる一個の量で特徴づけられる理由である。ところが $\alpha = 3.8$ の場合には無限個の軌道不安定度が必要となる。もし、 r_n の線型領域で

$$r_{n+1} \cong e^{\beta_l} r_n \quad (7)$$

と書くと、無限個の β_l (正および負が存在) が存在し、 β_l がたまたま正であれば r_n は増加し、(バーストの発火) β_l が負であれば減少(バーストの鎮火)する。このように一様カオスでの軌道不安定性とバーストの関係はある程度関連づけられるが、どうしてそれが自己相似性を生み出すのか。これは簡単には答えられない問題のような気がする。

参考文献

- 1) T. Yamada and H. Fujisaka, Prog. Theor. Phys. **70** (1983), 1240.
- 2) H. Fujisaka and T. Yamada, Prog. Theor. Phys. **69** (1983), 32.
- 3) 例えば, U. Frisch and R. Morf, Phys. Rev. **A23** (1981), 2673.
- 4) H. Fujisaka and T. Yamada, in preparation.

無限自由度をもつ結合カオス系の統計的性質に関しては、

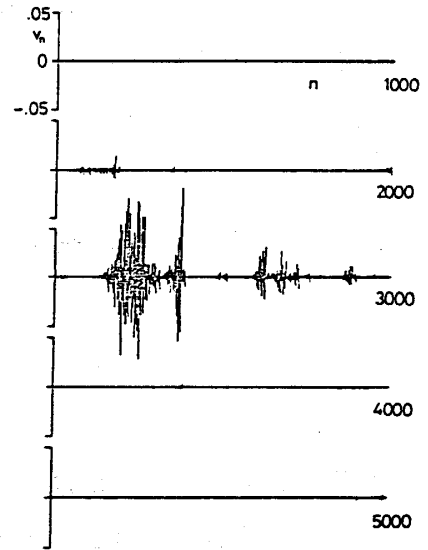


Fig. 3

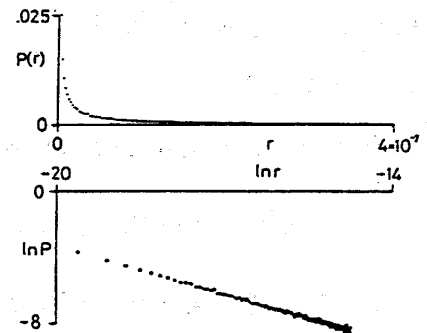


Fig. 4

転移モデルにおけるカオスによる拡散運動

鹿大・理 井上政義, 藤坂博一

最近, カオスの研究が進み, カオスへのシナリオはかなり明らかになってきた。ところで, カオスをトータルに理解する為には, シナリオ等の“geneses of chaos”のみならず, カオスの中味を問題とする“logos of chaos”の研究が不可欠である。そこで我々はカオスの中味を新しく導入された similarity exponent¹⁾ (characteristic exponent) λ_q の方法で解析することを試みた。

モデルとして次式で表わされる微分系を考える。

$$\ddot{x}(t) = -\sin(2\pi x) + F \cos(\omega t) - \Gamma \dot{x}, \quad (1)$$

ここで右辺の第1項は周期ポテンシャルによる力, 第2項は外力, 第3項は減衰を表わしている。この式で表わされる系として(a)コヒーレントに動く部分を一つの粒子とみなした転移モデル, (b)超イオン伝導体, (c) Josephson 接合, などがある。

系の長時間の振舞を調べる為に, x と $v (= \dot{x})$ のストロボ表示を採用する。離散時間としては $0, T, 2T, \dots (T=2\pi/\omega)$ をとる。 x_j を整数部 n_j と小数部 ξ_j に分ける。

$$x_j = n_j + \xi_j, \quad (2)$$

ここで n_j は粒子が入っているポテンシャルの谷の番号を表わしている。この運動方程式は

$$n_{j+1} = n_j + J_j, \quad (3)$$

ここで J_j は jumping number である。 q -order similarity exponent λ_q は¹⁾

$$\lambda_q = \frac{1}{q} \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} \ln \langle \exp(q n_j) \rangle. \quad (4)$$

系(1)は変換 $J_j \rightarrow -J_j$ に対して対称であるから, 今の場合 $\lambda_{-q} = -\lambda_q$ である(但し drift のある場合は除く)。また一般に $d\lambda_q/dq \geq 0$ という性質がある。 q が小さいとき,

$$\lambda_q = Dq + O(q^3), \quad (5)$$